

Φυλλάδιο 4.

Ασκήσεις

Στα ακόλουθα προβλήματα *Cauchy* κατασκευάστε τις δυο πρώτες διαδοχικές προσεγγίσεις της λύσης παίρνοντας ως μηδενική προσέγγιση το διάνυσμα των αρχικών συνθηκών.

1.1.

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + x_2, & x_1(0) = 1, \\ x_2' = x_1 - x_2, & x_2(0) = \sqrt{2} - 1. \end{cases}$$

1.2.

$$\begin{cases} x' = y - 1, & x(0) = 0, \\ y' = 4x + 4t, & y(0) = 2. \end{cases}$$

1.3.

$$\begin{cases} x_1' = e^{x_2}, & x_1(0) = -1, \\ x_2' = x_1, & x_2(0) = 0. \end{cases}$$

1.4.

$$\begin{cases} x = x + y + \sin z, & x(0) = 0, \\ y = x + y + \cos z - 1, & y(0) = 0, \\ z = x + y + 1, & z(0) = 0. \end{cases}$$

1.5.

$$\begin{cases} s' = v, & s(0) = 0, \\ v' = g - \kappa v^2, & v(0) = 0. \end{cases}$$

1.6. Ανάγετε το πρόβλημα

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{c}$$

στο πρόβλημα

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{\Psi}(\mathbf{y}, t), \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{c}$$